

Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures Issue 4, 2018

ISSN 2410-9908

Received: 29.04.2018 Revised: 25.05.2018 Accepted: 29.06.2018 DOI: 10.17804/2410-9908.2018.4.023-033

### MODELING OF TANK DAMAGE SCENARIOS CAUSED BY FOUNDATION SUBSIDENCE

E. M. Reizmunt<sup>a)\*</sup>, S. V. Doronin<sup>b)</sup>

Institute of Computational Technologies, SB RAS, Krasnoyarsk Branch Office, 53 Mira Ave., 660049, Krasnoyarsk, Russian Federation

a) b https://orcid.org/0000-0003-1631-893X ; e.sigova@gmail.com; b) https://orcid.org/0000-0002-5256-3871 ; sdoronin@ict.nsc.ru

<sup>\*</sup>Corresponding author. E-mail: <u>e.sigova@gmail.com</u> Address for correspondence: P.O. Box: 25515, 660049, Krasnoyarsk, the Russian Federation Tel.: +7(391)227 72 96

A computational model of the accumulation of vertical steel tank damage caused by nonuniform foundation subsidence is developed. This model is a tool for analyzing the structure damage scenarios when the structure interacts with the system environment. The nature and sequence of damage initiation and accumulation (elastic-plastic strains, bottom and wall buckling) in the tank are investigated.

Keywords: tank, foundation subsidence, damage accumulation, scenario, computational model.

#### References

1. Makhutov N.A., Kotousov A.G. Principles of increasing the safety of complex technical systems. *Zashchita Metallov*, 1996, vol. 32, no. 4, pp. 346–351. (In Russian).

2. Ishlinsky A.Yu. *Mekhanika. Kn. 1: Oktyabr i nauchno-tekhnicheskiy progress* [Mechanics. Book 1: October and Scientific-Technical Progress]. Moscow, APN Publ., 1967, pp. 567–626. (In Russian).

3. Rozenshtein I.M. *Avarii i nadezhnost stalnykh rezervuarov* [Accidents and Reliability of Steel Tanks]. Moscow, Nedra Publ., 1995, 253 p. (In Russian).

4. Liu W.Y., Chen C.H., Chen W.T., Shu C.M. A study of caprolactam storage tank accident through root cause analysis with a computational approach. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2017, vol. 50, pp. 80–90. DOI: 10.1016/j.jlp.2017.09.004.

5. Schmidt M.S. Atmospheric tank failures: Mechanisms and an unexpected case study. *Process Safety Progress*, 2017, vol. 36 (4), pp. 353–361. DOI: 10.1002/prs.11881

6. Atherton W., Ash J.W. Review of failures, causes and consequences in the bulk storage industry. Available at: http://lightningsafety.com/nlsi\_lls/Causes-of-Failures-in-Bulk-Storage.pdf.

7. Chang J.I., Lin C.C. A study of storage tank accidents. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2006, vol. 19, pp. 51–59. DOI: 10.1016/j.jlp.2005.05.015.

8. Kondrashova O.G., Nazarova M.N. Root cause analysis of vertical steel tank accidents. *Neftegazovoe Delo electronic scientific journal*, 2004, no. 2. (In Russian). Available at: http://ogbus.ru/article/view/prichinno-sledstvennyj-analiz-avarij-vertikalnyx-stalnyx-rezervuarov

9. Zhemochkin B.N. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1957, 256 p. (In Russian).

10. Wang P., Zhu X., Liu M., Li Y. Buckling behaviors and simplified design method for steel silos under locally distributed axial load. *Journal of Constructional Steel Research*, 2017, vol. 134, pp. 114–134. DOI: 10.1016/j.jcsr.2017.03.019



11. Tarasenko A., Chepur P., Gruchenkova A. Determining deformations of the central part of a vertical steel tank in the presence of the subsoil base inhomogeneity zones. *AIP Conference Proceedings*, 2016, vol. 1772, pp. 060011. DOI: 10.1063/1.4964591.

12. Zhang Y., Zhang X. Numerical simulation of post–construction deformation characteristics of storage oil tank ground. *Applied Mechanics and Materials*, 2016, vol. 353–356, pp. 593–596. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.353–356.593.

13. Rondon A., Guzey S. Determination of failure pressure modes of the API specification 12f shop–welded, flat–bottom tank. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2017, vol. 139, pp. 041409. DOI: 10.1115/1.4036430.

14. Landuccia G., Gubinellia G., Antonionib G., Cozzani V. The assessment of the damage probability of storage tanks in domino events triggered by fire. *Accident Analysis and Prevention*, 2009, vol. 41, pp. 1206–1215. DOI: 10.1016/j.aap.2008.05.006

15. Ivanov Yu.K., Konovalov P.A., Mangushev R.A., Sotnikov S.N Osnovaniya i fundamenty rezervuarov [Bases and Foundations of Tanks, ed. by P.A. Konovalov]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1989, 223 p. (In Russian).

16. Lukash A.P. Osnovy nelineynoy stroitelnoy mekhaniki [Basics of Nonlinear Construction Mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 208 p. (In Russian).

17. Novozhilov V.V. Osnovy nelineynoy teorii uprugosti [Basics of Nonlinear Theory of Elasticity]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 208 p. (In Russian).



Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures Issue 4, 2018

ISSN 2410-9908

Подана в журнал: 29.04.2018 УДК 539.4 : 64.066.8 DOI: 10.17804/2410-9908.2018.4.023-033

http://dream-journal.org

### МОДЕЛИРОВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ ПОВРЕЖДЕНИЯ РЕЗЕРВУАРА ПРИ ОСАДКЕ ОСНОВАНИЯ

Е. М. Рейзмунт<sup>а)</sup>\*, С. В. Доронин<sup>б)</sup>

Институт вычислительных технологий СО РАН, Красноярский филиал, 660049, пр. Мира, 53, г. Красноярск, Российская Федерация

a) https://orcid.org/0000-0003-1631-893X ; e.sigova@gmail.com; b) https://orcid.org/0000-0002-5256-3871 ; sdoronin@ict.nsc.ru

<sup>\*</sup>Ответственный автор. Электронная почта: <u>e.sigova@gmail.com</u> Адрес для переписки: 660049, а/я 25515, Красноярск, Российская Федерация Тел.: +7(391)227–72–96

Разработана вычислительная модель накопления повреждений вертикального стального резервуара при неравномерной осадке основания. Модель является инструментом анализа сценариев повреждения конструкции при ее взаимодействии с системным окружением. Исследуется характер и последовательность возникновения и накопления повреждений (упругопластических деформаций и потери устойчивости днища и стенки) в конструкции резервуара.

Ключевые слова: резервуар, осадка основания, накопление повреждений, сценарий, вычислительная модель.

#### 1. Введение

Развитие технических объектов сопровождается ростом их структурной сложности, повышением геометрических, энергетических, силовых характеристик, изменением характера и масштаба угроз, инициируемых как со стороны внешнего окружения, так и внутри объекта в результате проявления эффекта эволюционной неожиданности сложной технической системы [1], обусловленного тем, что при проектировании и создании сложной технической системы принципиально невозможно предусмотреть все комбинации внешних факторов в эксплуатации и учесть все связи и взаимодействия между элементами системы. Она скрыто, но неизбежно приобретает ряд дополнительных свойств и возможных состояний, не соответствующих проектным. В результате этого, по мнению акад. А.Ю. Ишлинского, новые эффекты в механике обнаруживаются чаще всего в результате заранее непредвиденного поведения творений техники – иногда и с аварийным исходом [2].

В связи с этим актуальным является развитие сценарных подходов, направленных на моделирование различных ситуаций, возникающих на различных стадиях жизненного цикла объекта. Эти ситуации описываются различными комбинациями свойств объекта, системного окружения и условий их взаимодействия. Моделирование, преимущественно вычислительное, сценариев повреждения технических объектов потенциально позволяет установить безопасные границы параметров, используемые при принятии технических решений.

Резервуары вертикальные стальные (PBC) широко используются в различных отраслях промышленности для хранения жидкостей и газов бытового и промышленного назначения. Их изготавливают номинальным объемом от 100 до 120 000 м<sup>3</sup>. Несмотря на достигнутый в последние годы прогресс в резервуаростроении, в процессе эксплуатации продолжают происходить аварии резервуаров, при этом разрушаются не только отдельные их элементы, но иногда конструкция полностью, повреждая расположенные рядом резервуары, инфраструктуру, строительную технику и другие объекты [3–8]. Истечение из резервуара таких

продуктов хранения, как нефть, нефтепродукт, химический продукт, сжиженный газ, горячая вода и проч., приводят к разрушениям, материальным потерям, экологическим бедствиям, а порой и к человеческим жертвам. Поэтому резервуары относят к опасным объектам.

Одной из причин аварийных ситуаций при эксплуатации PBC является осадка основания. Она связана с особенностями строения и свойств грунта, особенностями распределения веса в конструкции, уровня и режимов нагружения, а также с физико-техническими процессами в грунте вследствие природно-климатических воздействий. Осадка основания может происходить как равномерно, так и неравномерно. Наиболее опасна неравномерная осадка. Она может проявляться в виде полной или частичной осадки по наружному контуру резервуара, местных осадок основания под днищем и приводить к перераспределению напряжений и деформаций, возникновению упругопластических эффектов деформирования, потери устойчивости, частичному или полному крену резервуара.

В основу расчета цилиндрических резервуаров положены развитые в теории упругости модели деформирования цилиндрических оболочек [9]. В течение нескольких десятилетий на базе этих моделей была создана и применялась система нормативных документов по проектированию и эксплуатации резервуаров. Она основана на аналитических методах расчета, что накладывает ограничения на рассматриваемые при проектировании расчетные случаи нагружения и условия кинематического и силового взаимодействия с системным окружением резервуаров. Развитие численных методов и моделей механики деформируемого твердого тела открыло возможность проведения многовариантных и многомодельных вычислительных экспериментов по исследованию поведения резервуаров в широком спектре условий, в том числе при нештатных и аварийных воздействиях с учетом частичного повреждения силовых конструкций. Условия потери устойчивости резервуара при локальной сжимающей нагрузке изучались в работе [10]. Поведение резервуара в связи с осадкой основания рассматривалось в [11, 12]. Моделированию сложных сценариев возникновения катастрофических разрушений посвящены [4, 5, 13, 14].

Цель работы – разработка и апробация вычислительной модели накопления повреждений в резервуаре при неравномерной осадке основания. Основанием для этого являются анализ аварий, произошедших вследствие осадки основания, а также информация о технических условиях создания оснований и фундаментов резервуаров [15]. Использование такой модели позволяет исследовать поведение конструкции на стадии живучести, а именно – характер и последовательность возникновения и накопления повреждений в конструкции резервуара.

#### 2. Постановка задачи и методы решения

Геометрическая модель PBC представляет собой цилиндрическую оболочку толщиной 4 мм, диаметром 7580 мм, с плоским днищем толщиной 4 мм и подкрепляющим уголком на верхнем контуре. В качестве нагрузок рассматриваются собственный вес и гидростатическое давление от налитой жидкости. Деформация грунтов моделируется упругим основанием, разбитым на зоны с различными коэффициентами жесткости упругого основания (постели).

Использованы три подхода к моделированию основания PBC, соответствующие типичным сценариям его осадки. В первом случае (рис. 1 *a*) основание разбивается на параллельные полосы, коэффициенты постели ступенчато уменьшаются от центра основания к контуру. Во втором варианте (рис. 1  $\delta$ ) основание представлено концентрическими полосами, осадка основания наибольшего значения достигает около стенок и наименьшего – в центре. Для третьего подхода (рис. 1 *в*) также характерно концентрическое разбиение, однако центр смещен относительно центра резервуара, при этом жесткость основания уменьшается к центру разбиения. Все три модели имеют вертикальную плоскость симметрии, что позволяет в два раза сократить размерность задачи.





Рис. 1. Три способа разбиения упругого основания на зоны опирания 1, 2, 3, 4, 5, 6

Для каждого из трех вариантов модели было выполнено четыре серии вычислительных экспериментов, соответствующих различной степени осадки основания. При этом регулировалась жесткость зон упругого основания, а собственно осадка оказывалась одной из результирующих величин моделирования. Коэффициенты жесткости упругого основания (постели) *k* по зонам опирания представлены на рис. 2. Они варьировались от 0,002 H/m<sup>3</sup> (грунт малой плотности – плывун и т. п.) до 0,2 H/m<sup>3</sup> (грунт весьма плотный – песчаноглинистый, искусственно уплотненный и т. п.). Промежуточные значения соответствуют различной степени ослабления грунта в результате технологических и естественных природных причин.



Рис. 2. Коэффициенты жесткости упругого основания (постели) к по зонам опирания

Задача численного анализа поведения резервуара при осадке основания относится к четвертому типу нелинейных задач по классификации В.В. Новожилова [16, 17] – нелинейных физически и геометрически. Вычислительная модель накопления повреждений в виде упругопластических деформаций в резервуаре включает в себя численную (конечноэлементную) модель резервуара, разрешающие уравнения и алгоритм метода конечных элементов в перемещениях, а также итерационные процедуры решения физически (учет упругопластического поведения материала) и геометрически (учет больших деформаций) нелинейной задачи. Эти процедуры включают в себя внутренние циклы решения упругопластической задачи (учет физической нелинейности) и итерации решения геометрически нелинейной задачи при пошаговом приращении нагрузки.

ISSN 2410-9908

Упругопластическое поведение конструкционного материала резервуара аппроксимировано билинейным законом:

$$\begin{cases} \sigma = E \cdot \sigma, & \varepsilon < \varepsilon_y; \\ \sigma = E_{o} \cdot \sigma, & \varepsilon \ge \varepsilon_y, \end{cases}$$

где  $\sigma$  – напряжения;  $\varepsilon$  – деформации;  $\varepsilon_y$  – деформации, соответствующие началу текучести; E – модуль Юнга (первоначальный модуль упругости);  $E_T$  – тангенциальный модуль упругости. Последний определяется исходя из уравнения Рамберга-Осгуда в соответствии с уравнением:

$$E_{T} = \frac{E \cdot \sigma_{y}}{\sigma_{y} + 0,002 \cdot n \cdot \varepsilon \left(\frac{\sigma}{\sigma_{y}}\right)^{n-1}}$$

где  $\sigma_y$  – предел текучести; *n* – показатель деформационного упрочнения в уравнении Рамберга-Осгуда;  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  – напряжения и деформации, соответствующие границе интервала кривой деформирования, на котором строится ее аппроксимация.

Численный анализ устойчивости резервуара с учетом его деформирования вследствие осадки основания осуществляется путем итерационного решения уравнения

$$(K + \lambda_i K_{\sigma}) \varphi_i = 0$$
,

где K – матрица жесткости,  $K_{\sigma}$  – матрица геометрической жесткости, учитывающая изменение деформированного состояния;  $\lambda_i$  – коэффициент, умножение нагрузки на который приводит к *i*-й форме потери устойчивости, описываемой вектором  $\varphi_i$  относительных перемещений узлов конечно-элементной модели.

Численная модель (рис. 3) построена с использованием граничных условий симметрии и двумерных конечных элементов, реализующих теорию оболочек Миндлина-Рейсснера. Для описания поведения упругого основания использована модель Винклера с постоянными значениями жесткости.



For citation: Reizmunt E.M., Doronin S.V. Modeling of tank damage scenarios caused by foundation subsidence // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2018. – Iss. 4. – P. 23–33. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.4.023-033.







#### 3. Результаты и обсуждение

Для анализа поведения конструкции интерес представляют величины максимальных эквивалентных напряжений  $\sigma_i$ , эквивалентных пластических деформаций  $\varepsilon_{pli}$ , коэффициент запаса по первой форме устойчивости  $\lambda_1$ , максимальные  $u_{\text{max}}$  и минимальные  $u_{\text{min}}$  вертикальные смещения днища резервуара (табл. 1).

Серия	Модель 1				Модель 2				Модель 3			
экспери- ментов	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
<i>σi</i> , ΜΠa	239,1	239,4	240,7	246,0	233,4	210,3	221,0	208,8	123,6	179,2	235,2	242,3
$\epsilon_{pli} \times 10^4$	3,85	4,15	5,46	10,4	0,01	0	0	0	0	0	0,17	6,91
$\lambda_1$	8,0	2,6	2,3	2,1	0,6	0,1	~0	~0	10,1	3,5	1,8	1,003
<i>u</i> <sub>min</sub> , MM	0,267	0,006	-0,171	-0,220	0,364	0,363	0,362	0,359	0,309	0,300	0,285	0,264
и <sub>max</sub> , мм	21,72	38,08	37,78	37,88	41,84	45,92	44,98	45,84	13,72	25,15	32,65	35,93

#### Таблица 1 – Результаты расчетов для рассматриваемых сценариев в зависимости от степени осадки основания

При осадке основания возможно развитие двух типов повреждений: возникновение и накопление упругопластических деформаций и потеря устойчивости элементов резервуара (днища и стенки). Расчетные распределения эквивалентных пластических деформаций и формы потери устойчивости для трех сценариев осадки основания показаны в табл. 2–4.

Качественная картина деформирования резервуара характеризуется локальным прогибом днища в связи с ослаблением основания. В результате прогиба возникают изгибающие моменты, как в днище, так и в зоне сочленения днища и стенки, а также непосредственно в стенке. Максимальные напряжения вследствие осадки основания достаточно велики и при последовательном снижении жесткости основания быстро достигают предела текучести и приводят к упругопластическим деформациям. Уровень этих деформаций зависит от осадки основания – распределения его жесткости под поверхностью днища. Основным количественным результатом анализа потери устойчивости является коэффициент запаса по первой форме потери устойчивости  $\lambda_1$ . Значения  $\lambda_1 < 1$  свидетельствуют о потере устойчивости.

Анализ данных табл. 1–4 показывает, что по мере развития осадки основания по первому сценарию идет прогрессирующее накопление упругопластических деформаций и снижение запаса устойчивости. При дальнейшем увеличении осадки стадия накопления упругопластических деформаций переходит в стадию потери устойчивости. Таким образом, этот сценарий характеризуется последовательным накоплением и сменой типа повреждений.

Второй сценарий характеризуется преобладанием условий возникновения потери устойчивости, а не развития упругопластических деформаций: только при незначительных осадках основания низка опасность потери устойчивости и могут возникнуть упругопластические деформации.

При реализации третьего сценария по мере увеличения осадки основания увеличивается опасность потери устойчивости и накопления упругопластических деформаций. Расчетные значения максимумов осадки основания – порядка 38, 46 и 36 мм, соответственно, для первого, второго и третьего сценариев – не превышают допускаемых по нормам эксплуатации резервуаров. Это свидетельствует о реалистичности полученных результатов.





# Таблица 2 – Результаты моделирования повреждения резервуара при первом сценарии осадки основания

For citation: Reizmunt E.M., Doronin S.V. Modeling of tank damage scenarios caused by foundation subsidence // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2018. – Iss. 4. – P. 23–33. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.4.023-033.



ISSN 2410-9908





For citation: Reizmunt E.M., Doronin S.V. Modeling of tank damage scenarios caused by foundation subsidence // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2018. – Iss. 4. – P. 23–33. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.4.023-033.



Таблица 4 – Результаты моделирования повреждения резервуара	
при третьем сценарии осадки основания	

Уровень осадки	Эквивалентные пластические деформации	Потеря устойчивости (первая форма)				
1	Отсутствуют	Отсутствует				
2	— « —					
3	— « —	- «				
4	0,00069096 Max 0,00061418 0,0004064 0,0003887 0,00030709 0,00023032 0,00015355 7,6773e-5 D Min	1,0001 Max 0,8894 0,77782 0,6667 0,55558 0,44447 0,33335 0,22223 0,11112 3,3351e-8 Min				

### 4. Заключение

Разработанная вычислительная модель является инструментом анализа сценариев повреждения конструкции при ее взаимодействии с системным окружением. Она включает анализ развития двух взаимосвязанных сценариев – внешнего и внутреннего по отношению к исследуемому объекту. Внешний сценарий описывает последовательность изменения состояний системного окружения (в данном случае изменений распределения жесткости по площади упругого основания), внутренний – соответствующие изменения в состоянии объекта (в данном случае возникновение и развитие упругопластических деформаций, локальная потеря устойчивости днища и стенки резервуара.

Для различных вариантов осадки основания определены три возможных сценария накопления повреждений: 1 – упругопластическое деформирование с переходом к потере устойчивости; 2 – потеря устойчивости; 3 – потеря устойчивости с переходом к упругопластическому деформированию. Эти сценарии являются частью различных сценариев катастрофического разрушения резервуаров. Использование разработанной вычислительной модели открывает перспективную возможность систематизации поврежденных состояний объекта в связи с одним из возможных сценариев взаимодействия с системным окружением. Это является информационным обеспечением решения обратных задач научно-технической экспертизы аварийных разрушений.

#### Литература

1. Махутов Н. А., Котоусов А. Г. Принципы повышения безопасности сложных технических систем // Защита металлов. – 1996. – Т. 32, № 4. – С. 346–351.

2. Ишлинский А. Ю. Механика. Кн. 1 : Октябрь и научно-технический прогресс. – М. : Изд-во АПН, 1967. – С. 567–626.

3. Розенштейн И. М. Аварии и надежность стальных резервуаров. – М. : Недра, 1995. – 253 с.

4. A study of caprolactam storage tank accident through root cause analysis with a computational approach / W. Y. Liu, C. H. Chen, W. T. Chen, C. M. Shu // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2017. – Vol. 50. – P. 80–90. – DOI: 10.1016/j.jlp.2017.09.004



5. Schmidt M. S. Atmospheric tank failures: Mechanisms and an unexpected case study // Process Safety Progress. – 2017. – Vol. 36 (4). – P. 353–361. – DOI: 10.1002/prs.11881.

6. Atherton W., Ash J. W. Review of failures, causes and consequences in the bulk storage industry. – URL: http://lightningsafety.com/nlsi\_lls/Causes-of-Failures-in-Bulk-Storage.pdf

7. Chang J. I., Lin C. C. A study of storage tank accidents // Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2006. – Vol. 19. – P. 51–59. – DOI: 10.1016/j.jlp.2005.05.015.

8. Кондрашова О. Г., Назарова М. Н. Причинно-следственный анализ аварий вертикальных стальных резервуаров // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2004. – № 2. –URL: http://ogbus.ru/authors/Kondrashova/Kondrashova\_1.pdf

9. Жемочкин Б. Н. Теория упругости. – М. : Госстройиздат, 1957. – 256 с.

10. Buckling behaviors and simplified design method for steel silos under locally distributed axial load / P. Wang, X. Zhu, M. Liu, Y. Li // Journal of Constructional Steel Research. – 2017. – Vol. 134. – P. 114–134. –DOI: 10.1016/j.jcsr.2017.03.019.

11. Tarasenko A., Chepur P., Gruchenkova A. Determining deformations of the central part of a vertical steel tank in the presence of the subsoil base inhomogeneity zones // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1772. – P. 060011. – DOI: 10.1063/1.4964591.

12. Zhang Y., Zhang X. Numerical simulation of post-construction deformation characteristics of storage oil tank ground // Applied Mechanics and Materials. – 2016. – Vol. 353–356. – P. 593–596. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.353–356.593.

13. Rondon A., Guzey S. Determination of failure pressure modes of the API specification 12f shop-welded, flat-bottom tank // Journal of Pressure Vessel Technology. - 2017. - Vol. 139. - P. 041409. - DOI: 10.1115/1.4036430

14. The assessment of the damage probability of storage tanks in domino events triggered by fire / G. Landuccia, G. Gubinellia, G. Antonionib, V. Cozzani // Accident Analysis and Prevention. – 2009. – Vol. 41. – P. 1206–1215. – DOI: 10.1016/j.aap.2008.05.006.

15. Основания и фундаменты резервуаров / Ю. К. Иванов, П. А. Коновалов, Р. А. Мангушев, С. Н. Сотников / под ред. П. А. Коновалова. – М. : Стройиздат, 1989. – 223 с.

16. Лукаш А. П. Основы нелинейной строительной механики. – М. : Стройиздат, 1978. – 208 с.

17. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. – М. : Стройиздат, 1978. – 208 с.