



**Received:** 05.10.2022  
**Revised:** 25.11.2022  
**Accepted:** 23.12.2022  
**DOI:** 10.17804/2410-9908.2022.6.046-064

## STUDYING MULTIPHASE FLOW AROUND A VEHICLE MOVING FREELY TO THE WATER SURFACE

V. I. Pegov<sup>1, 2, a)</sup> and I. Yu. Moshkin<sup>1, b), \*</sup>

<sup>1</sup>South Urals Federal Research Center of Mineralogy and Geoecology,  
 Urals Branch of the Russian Academy of Sciences, 1 Ilmensky State Reserve, Miass, 456300, Russia  
<sup>2</sup>Academician V. P. Makeyev State Rocket Centre JSC, 1 Turgoyakskoye Hwy., Miass, 456313, Russia

a) ✉ [ofpat@mail.ru](mailto:ofpat@mail.ru);

b)  <https://orcid.org/0000-0002-9601-9827>  [moshkin\\_igor@mail.ru](mailto:moshkin_igor@mail.ru)

\*Corresponding author. E-mail: [ofpat@mail.ru](mailto:ofpat@mail.ru)

Address for correspondence: pr. Oktyabrya, 16, Room 103, OFPAT, Miass, 456313, Russia  
 Tel.: +7 (3513) 28 8550

The paper provides an experimental study of a multiphase flow around models in a large high-speed hydrodynamic tunnel with a vertical working section. Experimental dependences of drag coefficients on the cavitation number for vertical cavities are obtained. The results of cavitation flow around bodies of revolution in a vertically descending fluid flow are considered. A methodology for calculating the shape of vertical cavities under the slender-body theory is proposed. Relationships suitable for engineering evaluation are obtained for very long cavities. Numerical simulation of underwater motion is performed with models moving vertically in a nonstationary cavitation flow. The hydrodynamic loads can be evaluated through the determination of the nonstationary boundaries of a gas cavity and a linear load on a water-flown aft. The predicted results are compared with the experimental data. Validation and verification are performed by comparing the analysis results with the experimental data. The applicability of the proposed method to the determination of the hydrodynamic parameters of vehicles under multiphase flow is demonstrated.

**Keywords:** multiphase flow, cavitation, cavity, experimental study, mathematical and physical simulation.

### Acknowledgment

*The work was supported by the South Urals Federal Research Center of Mineralogy and Geoecology of the Urals Branch of the RAS and the Academician V. P. Makeyev State Rocket Centre JSC. It was performed under the state assignment for the SU FRC MG UB RAS, project No. AAAA-A21-121012090155-5.*

### References

1. Logvinovich G.V., Buyvol V.N. *Techniya so svobodnymi poverkhnostyami* [Flows with free surfaces]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1985, 178 p. (In Russian).
2. Kapankin E.N., Gulnev S.I. Cavitation flow over a body by a vertical fluid stream. In: *Krylov Recitations: Reports*, Leningrad, 1973, pp. 14–26. (In Russian).
3. Poletayev B.I. Matematicheskaya model dinamiki dvizheniya rakety na podvodnom uchastke kavitatsionnogo sposoba starta raket [Math model of dynamics of motion of a missile in the underwaters part of the missile cavitation launch technique]. In: *Problemy mashinovedeniya i mashinostroyeniya: interuniversity collected papers*, SPb., SZGZTU Publ., 2001, iss. 24, pp. 24–37. (In Russian).

4. Degtiar V.G., Pegov V.I. Results of tryouts of cavitation launch technique for missiles. In: *Raketnaya i kosmicheskaya tekhnika* [Rocket and space technique: Collected Papers], 1999, iss. 1 (43), part 2, pp. 20–35. (In Russian).
5. Degtiar V.G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of Underwater Missile Launching]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009, 448 p. (In Russian).
6. Pegov V.I., Moshkin I.Yu., Cheshko A.D. Estimating nonstationary planing of a round cylinder along the disturbed fluid surface. *Chelyabinskiy Fiziko-Matematicheskii Zhurnal (Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal)*, 2021, vol. 6, iss. 3, pp. 338–346. DOI: 10.47475/2500-0101-2021-16308. (In Russian).
7. Norkin M.V., Yakovenko A.A. Short-time dynamics of an elliptical cylinder in an ideal incompressible fluid with free boundaries. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2012, vol. 52, No. 11, pp. 2060–2070. (In Russian).
8. Norkin M.V. Short-time dynamics of an elliptic cylinder moving in a viscous incompressible free-surface flow. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2012, vol. 52, No. 2, pp. 319–329. (In Russian).
9. Goodov A.M. The numerical investigation of phenomenon at the liquid surface under gas bubble collapse. *Computational Technologies*, 1997, vol. 2 (4), pp. 49–59. (In Russian).
10. Korobitsyn V.A. *Zbornik radova konferencije MIT*, 2011, Beograd, 2012, pp. 217–221. ISBN 978-86-83237-90-6(AU). (In Russian). Available at: [www.mit.rs/2011/zbornik-2011.pdf](http://www.mit.rs/2011/zbornik-2011.pdf)
11. Korobitsin V.A., Pegov V.I. Numerical analysis of the evolution of an interface between two liquids. *Fluid Dynamics*, 1993, vol. 28, No. 5, pp. 692–695. DOI: 10.1007/BF01050054.
12. Korobitsyn V.A. Numerical model for axisymmetrical incompressible potential flows. *Matematicheskoe Modelirovanie*, 1991, vol. 3, No. 10, pp. 42–49. (In Russian).
13. Ishchenko A.N., Afanas'eva S.A., Burkin V.V., Dyachkovsky A.S., Zykov E.N., Khabibullin M.V. *Raschetno-eksperimental'nyy metod issledovaniya vysokoskorostnogo vzaimodeystviya tel s podvodnymi pregradami: uchebnoe posobie* [Calculation-experimental method for studying high-speed interaction of bodies with under water: educational book]. Tomsk, Izdatel'stvo NTL Publ., 2013, 60 p. (In Russian).
14. Kuznetsov G.V., Morozov T.A., Shalnov S.A. Stability of the angular motion of the underwater vehicle in the presence of cavitation flow. *Nauchno-tekhnicheskii Vestnik Povolzhya* (Science and Technical Bulletin of the Volga Region), 2021, No. 3, pp. 21–24. (In Russian).
15. Khitrykh D.P., Malamanov S.Yu., Pavlovski V.A. Numerical analysis of the unsteady cavitating turbulent flow around the NACA009 hydrofoil. *Marine Intellectual Technologies*, 2018, 2 (40), vol. 1, pp. 139–143. (In Russian).
16. Dmitriyeva N.A. Computer simulation axisymmetric cavitating flows of spherical caps in the pipe. In: *Matematicheskkiye modeli i ikh prilozheniya: sbornik* [Mathematical models and their applications]. Cheboksary, 2017, pp. 37–45. (In Russian).
17. Abdurakipov S.S., Dobroselsky K.G. Experimental Study by Optical and Statistical Methods of Large-Scale Velocity Fluctuations in the Flow Past a Cylinder. *Siberian Journal of Physics*, 2019, vol. 14, No. 3, pp. 5–14. DOI: 10.25205/2541-9447-2019-14-3-5-14. (In Russian).
18. Thang N.T., Ngoc D. Numerical Study of the Natural-Cavitating Flow around Underwater Slender Bodies. *Fluid dynamics*, 2019, 54, pp. 835–849. DOI: 10.1134/S0015462819060120.
19. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. Mathematical modeling of processes of heat and mass transfer of hot gas jets with fluid during underwater vehicle launch. *Chelyabinskiy Fiziko-Matematicheskii Zhurnal*, 2020, vol. 5, iss. 4 (1), pp. 451–462. DOI: 10.47475/2500-0101-2020-15405. (In Russian).
20. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. Applying the method of plane sections for evaluating the parameters of flight vehicles under multiphase flow. *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2020, iss. 4, pp. 48–61. DOI: 10.17804/2410-9908.2020.4.048-061. Available at: [https://dream-journal.org/DREAM\\_Issue\\_4\\_2020\\_Pegov\\_V.I.\\_et\\_al.\\_048\\_061.pdf](https://dream-journal.org/DREAM_Issue_4_2020_Pegov_V.I._et_al._048_061.pdf)
21. Nikulin E.S., Pegov V.I., Cheshko A.D., Moshkin I.Yu. Numerical simulation of power and thermal loads on a submarine during an underwater missile launch. *Journal of «Almaz-Antey» Air*

*and Space Defence Corporation*, 2020, No. 4, pp. 47–53. DOI: 10.38013/2542-0542-2020-4-47-53. (In Russian).

22. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. Analysis of fluid dynamics of cavitation launch technique. *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*, 2018, vol. 3, iss. 4, pp. 476–485. DOI: 10.24411/2500-0101-2018-13408. (In Russian).

Подана в журнал: 05.10.2022  
УДК 621.455: 629.76.085.5  
DOI: 10.17804/2410-9908.2022.6.046-064


## ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОФАЗНОГО ОБТЕКАНИЯ ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ИЗДЕЛИЯ К ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

В. И. Пегов<sup>1, 2, а)</sup>, И. Ю. Мошкин<sup>1, б), \*</sup>

<sup>1</sup>Южно-Уральский федеральный научный центр минералогии и геоэкологии Уральского отделения Российской академии наук, г. Миасс, Ильменский заповедник, к. 1, 456300, Российская Федерация

<sup>2</sup>АО «Государственный ракетный центр имени академика В.П. Макеева»,  
д. 1, шоссе Тургоякское, г. Миасс, 456313, Российская Федерация

а) ✉ ofpat@mail.ru;

б)  <https://orcid.org/0000-0002-9601-9827> ✉ moshkin\_igor@mail.ru

\*Ответственный автор. Электронная почта: ofpat@mail.ru

Адрес для переписки: пр. Октября, 16, к. 103, ОФПАТ, г. Миасс, 456313, Российская Федерация  
Тел.: +7 (3513) 28–85–50

Проведено экспериментальное исследование многофазного обтекания моделей в большой скоростной гидродинамической трубе с вертикальным рабочим участком. Получены экспериментальные зависимости коэффициентов сопротивления от числа кавитации для вертикальных каверн. Рассматриваются результаты кавитационного обтекания тел вращения в вертикальном нисходящем потоке жидкости. Предложена методика расчета формы вертикальных каверн на основе теории тонкого тела. Для очень длинных каверн получены соотношения, удобные для инженерных оценок. Проведено численное имитационное моделирование движения под водой моделей,двигающихся вертикально при нестационарном кавитационном обтекании. Вычисление гидродинамических нагрузок заключается в определении нестационарных границ газовой каверны и погонной нагрузки на замытую кормовую часть. Результаты расчетов сравнивают с экспериментальными данными. Валидация и верификация проведены путем сравнения результатов расчетов с опытными данными. Показана возможность использования предложенного метода для определения гидродинамических характеристик изделий при многофазном обтекании.

**Ключевые слова:** многофазное обтекание, кавитация, каверна, экспериментальное исследование, математическое и физическое моделирование.

### 1. Введение

При большой скорости движения тела вращения под водой возникает кавитация корпуса: у стенок обтекаемого тела вследствие местного понижения давления в потоке происходит вскипание воды. Газовые каверны на теле формируются также при прохождении им образующихся при старте газовых полостей или искусственным путем за счет подачи в область разрежения на теле воздуха или иного газа. С возникновением кавитации нарушается сплошность потока и изменяется силовое воздействие жидкости на тело. При совпадении направления силы тяжести и направления нисходящего вертикального потока возникают новые закономерности кавитационных течений, а образующиеся при этом каверны носят название вертикальных каверн.

При движении изделия с большой скоростью под водой за счет резкого сокращения зоны его контакта с жидкостью значительно уменьшается сопротивление внешней среды движению изделия. Именно этот выигрыш в сопротивлении позволяет изделию развить в водной среде значительную скорость, поэтому необходимо всесторонне исследовать эффект кавитации в течениях на разных стадиях траектории изделия: разгонного движения с ускорением, маршевого движения с постоянной скоростью, взаимодействия изделия с преградой.

С математической точки зрения механизм взаимодействия течений в многофазных средах чрезвычайно сложен: нестационарные многофазные процессы происходят в динамически изменяющихся многосвязных областях; отсутствуют математически выверенные постановки физических задач, существенная многомерность пространств решений порождает вычислительные проблемы.

В России и за рубежом активно ведутся исследования в области численного моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами и свободными поверхностями. Основная проблема заключается в трудностях исследования движения тела в газожидкостной среде с учетом фазовых переходов (жидкость–газ).

Совместное движение идеальной несжимаемой жидкости и полностью погруженной в нее модели исследовалось в [1–6]. В работах исследовалось классическое вертикальное кавитационное течение для скоростей не более 40 м/с без учета тепломассопереноса и фазовых переходов.

В последнее время появились работы, в которых учитывается не только продольное и поперечное движения модели, но и вращение самой модели вокруг продольной оси [7]. При этом наблюдается сильная деформация внешней свободной границы жидкости и при определенных условиях происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуются новые внутренние свободные границы. В [8] исследуется совместное движение вязкой несжимаемой жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра на малых временах. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя с постоянным ускорением. Особенностью этой задачи является то, что при сильном разгоне цилиндра происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуется каверна. Малые времена исследования не позволяют использовать эти решения для всей траектории движения изделия. Представляет интерес не только исследование возможности самого вращения, но и разработка новых основ создания вращательного движения изделия, например создание осевого вращения изделия за счет специального криволинейного насадка, вызывающего его вращение за счет набегающего потока жидкости, а также математическое моделирование процесса вращения и влияния его на устойчивость движения.

В Томском филиале ИВТ СО РАН проводятся исследования в области создания эффективных математических моделей кавитации. Создана технологическая алгоритмическая основа построения расчетных (разностных) моделей течений жидкости, контактирующей с твердыми и упругими телами, в 2D-пространствах переменной связности с переменными свободными и контактными границами, проводится численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости [9–12].

Следующее направление исследований связано с созданием численных моделей и алгоритмов математического моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами и свободными поверхностями, изучением влияния каверн в жидкости на погруженные в нее осесимметричные твердые тела, созданием на их основе расчетных методик, а также разработкой программно-экспериментального комплекса математического моделирования многофазных и многосвязных течений жидкой среды в окрестности осесимметричных твердых тел [13].

В работах [14–16] приведены интересные подходы по имитационному моделированию кавитационного обтекания как осесимметричных тел, так и нестационарного кавитационного обтекания крыла. Хочется отметить и уникальные экспериментальные исследования оптическими и статистическими методами крупномасштабных пульсаций потока при обтекании цилиндра [17]. Работа [18] отличается оригинальным подходом в численном исследовании подводного обтекания тонких тел при наличии естественной кавитации. При большом разнообразии работ, позволяющих определить геометрию каверны, зависимость ее изменения от скорости тела и глубины движения, актуальным остается вопрос определения гидродинамических нагрузок на тело, находящееся в каверне, их распределения по длине тела, а также в зоне смыкания каверны на поверхность тела. Попытке решения данной проблеме посвящены работы [19–22].



В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований в больших скоростных гидродинамических трубах вертикального многофазного обтекания изделий и методика, позволяющая рассчитывать формы каверны, определять особенности многофазного обтекания, а также рассчитывать гидродинамические нагрузки и гидродинамические характеристики морских аппаратов. Для очень длинных каверн получены соотношения, удобные для инженерных оценок и планирования экспериментов. Показана возможность использования разработанного метода для определения гидродинамических характеристик изделий при многофазном обтекании.

## 2. Методы экспериментального исследования каверн в вертикальных потоках жидкости при многофазном обтекании

Экспериментальные исследования каверн в вертикальных потоках жидкости проводились в филиале ЦАГИ и ГРЦ «КБ им. академика В. П. Макеева» [4, 5] на двух одинаковых установках, которые представляют собой проливную трубу с вертикальной рабочей частью и открытым напорным резервуаром. Экспериментальные исследования в филиале ЦАГИ проводили Е. Н. Капанкин, Э. В. Куприянов, С. И. Гульнев, в ГРЦ «КБ им. академика В. П. Макеева» – И. К. Литвинов, Р. Г. Хабибуллин, А. В. Лихачев. Схема этих установок и их основные размеры указаны на рис. 1.

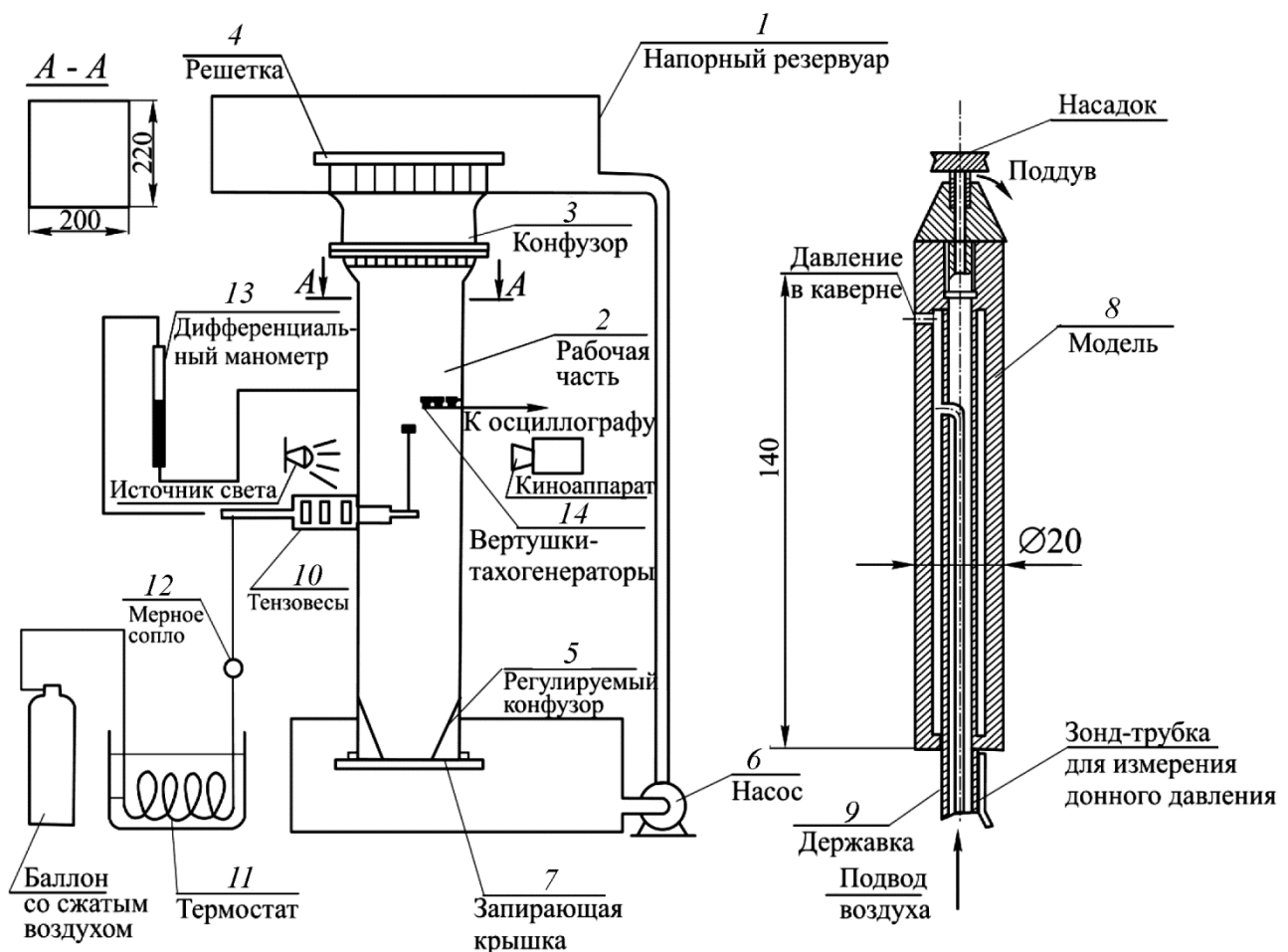


Рис. 1. Схема экспериментальных установок для исследования каверн в вертикальных потоках жидкости: 1 – напорный резервуар; 2 – рабочая часть; 3 – конфузор; 4 – решетка; 5 – регулируемый конфузор; 6 – насос; 7 – запирающая крышка; 8 – модель; 9 – державка; 10 – тензovesы; 11 – термостат; 12 – мерное сопло; 13 – манометр; 14 – тахогенератор

Из напорного резервуара 1 жидкость поступала в рабочую часть 2 через конфузор 3 с устройством 4, предохраняющим от воронкообразования и прорыва воздуха в поток.

Скорость потока в рабочей части трубы менялась в пределах от 0,6 до 7 м/с. Необходимую скорость задавали путем изменения площади выходного сечения трубы с помощью регулируемого конфузора 5. Заполнение напорного резервуара водой проводили с помощью насоса 6. Пуск трубы осуществляли открытием запирающей крышки 7.

Опыты проводились с дисками диаметром от 5 до 14 мм, поставленными поперек потока, и газоструйным кавитатором-диском диаметром  $d_H = 10$  мм с 12 соплами диаметром  $d_c = 0,25$  мм, расположенными равномерно по окружности за кромками диска.

Испытуемые тела 8 крепили в рабочей части трубы на державке 9, которая была соединена с тензометрическими весами 10 профилированной стойкой, заключенной в обтекатель. Весовая система позволяла определять сопротивление и подъемную силу в связанной системе координат при изменении угла атаки  $\alpha$  в диапазоне от минус 8 до плюс 8 град. ( $-8^\circ \leq \alpha \leq +8^\circ$ ).

Воздух на поддув в каверну подавался к модели через термостат 11, мерное сопло 12, стойку и державку. Поскольку температура торможения газа была равна температуре воды в термостате, а в ходе эксперимента истечение из сопла поддерживалось закритическим, то секундный весовой расход воздуха  $\dot{G}$  можно было определять по полному давлению  $P_0$  перед мерным соплом:

$$\dot{G} = kP_0,$$

где  $k$  – тарировочный коэффициент сопла.

Приведенный объемный расход  $\bar{Q}$  воздуха на поддув в каверну определяли в предположении изотермичности процессов поддува и уноса газа из каверны:

$$\bar{Q} = \frac{\dot{G} \bar{T}_e}{VP_\infty 4R_H^2},$$

где  $P_\infty$  – статическое давление жидкости на уровне расположения диска;  $T_e$  – температура воды;  $\dot{G}$  – секундный весовой расход воздуха;  $R_H$  – радиус диска.

При испытаниях газоструйного кавитатора определяли также коэффициент интенсивности газовых струй  $C_j$ :

$$C_j = \frac{\dot{m}V_\Gamma}{\rho \frac{V^2}{2} S_M},$$

где  $\dot{m}$  – секундный массовый расход газогенератора, кг/с;  $\rho$  – плотность воды, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – скорость потока воды, м/с;  $V_\Gamma$  – скорость истечения газовых струй, м/с;  $S_M$  – площадь миделевого сечения модели.

При рассмотрении кавитационного обтекания тел вертикальным потоком жидкости целесообразно ввести специальное определение числа кавитации. Число кавитации  $\sigma_0$  определяли как отношение к скоростному напору набегающего потока разности статического давления в невозмущенном потоке жидкости на уровне схода каверны с диска и давления в каверне  $P_K$ :

$$\sigma_0 = \frac{P_\infty - P_K}{\frac{\rho V^2}{2}}.$$

Указанная разность давлений измерялась дифференциальным водяным манометром 13, один конец которого сообщался с каверной, а другой – с дренажным отверстием в стенке рабочей части трубы.

Скорость потока  $V$  определяли с помощью вертушек-тахогенераторов 14, расположенных поперек рабочей части проливной трубы.

Через прозрачную стенку рабочей части трубы проводили фотосъемку картины обтекания тела. Обработка снимков давала данные о форме кавитационных полостей, которые характеризовались контуром каверны, радиусом миделевого сечения  $R_K$  и полудлиной  $L_K$  – координатой миделевого сечения каверны.

Основными параметрами, определяющими форму вертикальной каверны, являются число кавитации  $\sigma_0$  и число Фруда  $Fr = \frac{V}{\sqrt{2gR_H}}$ , где  $g$  – величина ускорения силы тяжести. Поэтому в дальнейшем все данные экспериментов представлены в зависимости от этих параметров.

Следует отметить, что размеры исследуемых тел и режимы кавитационного обтекания выбирали из условий минимального влияния стенок на результаты экспериментов. Путем сравнения безразмерных форм и основных размеров каверн за телами различных размеров при  $\sigma_0 = \text{const}$  и  $Fr = \text{const}$  было установлено, что это влияние можно считать несущественным, если затенение миделевым сечением каверны сечения рабочей части установки не превышает 2–3 %.

### 3. Результаты экспериментальных исследований

В результате экспериментов были получены фотографии вертикальных каверн за дисками для различных значений  $\sigma_0$  и  $Fr$  (рис. 2) и найдены опытные зависимости от этих параметров безразмерных радиуса миделевого сечения каверны  $\bar{R}_K = \frac{R_K}{R_H}$ , полудлины  $\bar{L}_K = \frac{L_K}{R_H}$ , безразмерного объемного расхода воздуха  $\bar{Q}$  и коэффициента сопротивления  $C_x = \frac{2X}{\rho V^2 \pi R_H^2}$ , где  $X$  – сила сопротивления кавитатора (рис. 3).

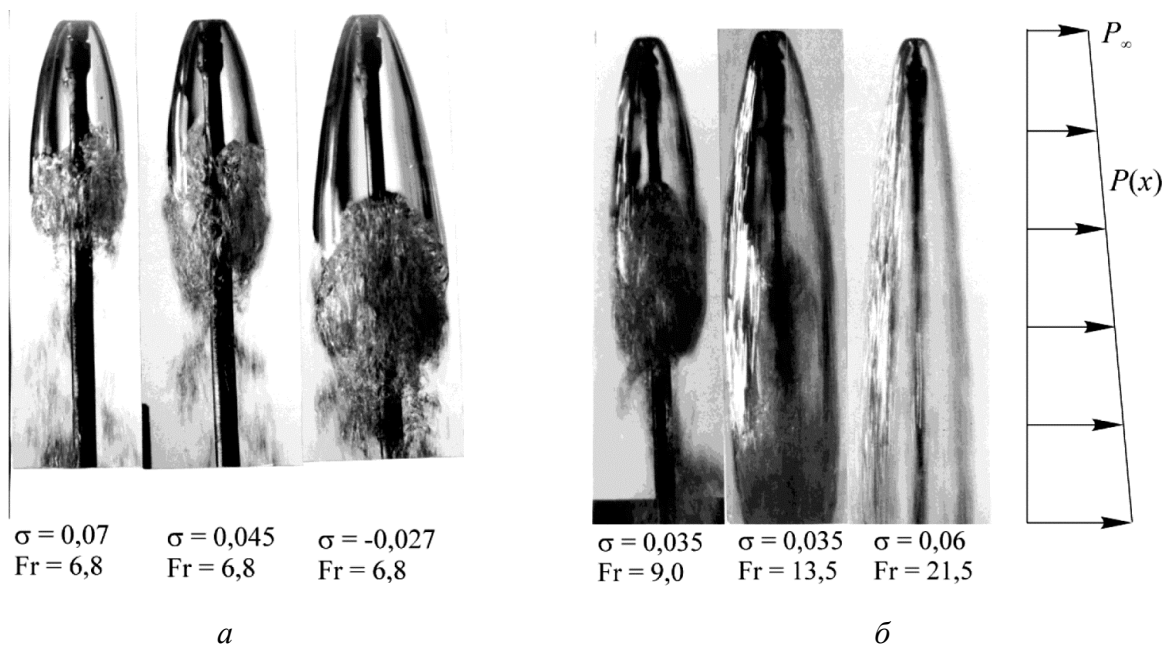


Рис. 2. Фотографии вертикальных каверн за диском при постоянном Фруде (а), при постоянной  $\sigma$  (б)



Из рис. 2 и 3 следует, что уменьшение числа кавитации при данном значении числа Фруда  $Fr$ , как и для горизонтальных каверн, приводит к увеличению размеров вертикальных каверн. Влияние числа Фруда на основные размеры и форму вертикальных каверн весьма существенно: увеличение  $Fr$  (в отличие от каверн горизонтальных) приводит при  $\sigma_0 = const$  к заметному увеличению размеров каверны.

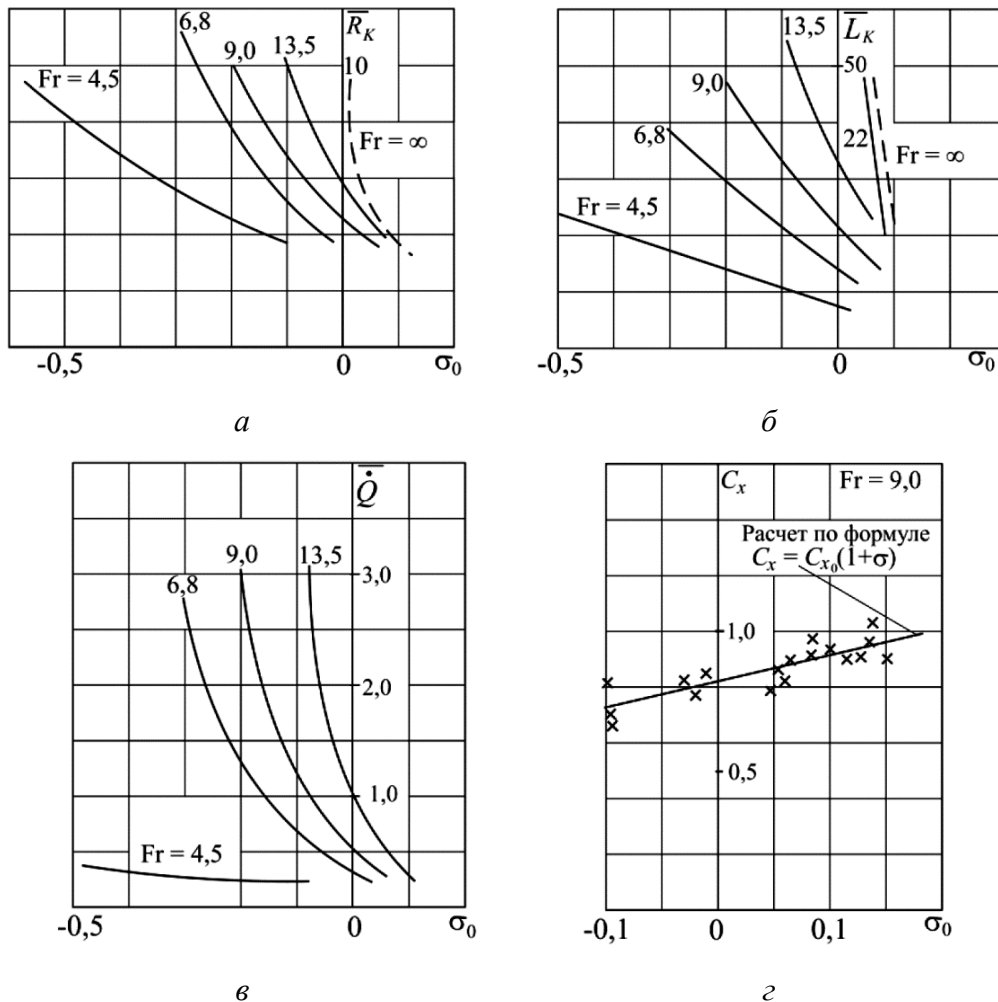


Рис. 3. Экспериментальные зависимости безразмерных параметров от чисел  $\sigma_0$  и  $Fr$ :  
 а – радиус миделя каверны; б – полудлина каверны; в – расход воздуха;  
 з – коэффициент сопротивления

Следует отметить, что у горизонтальных каверн развитие всех поперечных сечений происходит при приблизительно постоянном гидростатическом давлении, которое не меняется вдоль оси каверны. Отличительной чертой развития вертикальных каверн в весомой жидкости является изменение гидростатического давления линейно по оси каверны (рис. 2), т. е. разным по глубине поперечным сечениям каверны соответствуют различные значения местных чисел кавитации:

$$\sigma(x) = \frac{2(P_\infty + \rho g x - P_k)}{\rho V^2} = \sigma_0 + \frac{2}{Fr^2(x)},$$

где  $x$  – координата рассматриваемого сечения каверны, отсчитываемая от плоскости диска,  
 $Fr(x) = \frac{V}{\sqrt{gx}}$ .

В миделевом сечении местное число кавитации равно

$$\sigma_M = \sigma_0 + \frac{2gL_K}{V^2}.$$

Возрастание величины  $\sigma$  с ростом координаты  $x$  может служить объяснением того, что при одинаковых числах кавитации размеры вертикальной каверны всегда меньше, чем горизонтальной. Из представленных на рис. 2 и 3 материалов видно, что вертикальные каверны заметно отличаются по форме от горизонтальных каверн, т. е.: имеют каплевидную форму с вытянутой верхней и укороченной хвостовой частями. С увеличением числа  $Fr$  вертикальная каверна вытягивается, теряя каплевидность, и приближается по форме к горизонтальным кавернам, симметричным относительно плоскости своего миделевого сечения. При достаточно больших значениях числа Фруда зависимость безразмерных диаметра и длины вертикальных каверн от числа кавитации, а также форма каверны оказываются близкими к наблюдаемым для горизонтальных каверн.

В опытах с вертикальными кавернами установлено, что возможны режимы течения, при которых давление газа в каверне может превосходить величину статического давления в невозмущенном потоке жидкости на уровне схода каверны с тела. Эти случаи соответствуют отрицательным значениям числа кавитации  $\sigma_0$ .

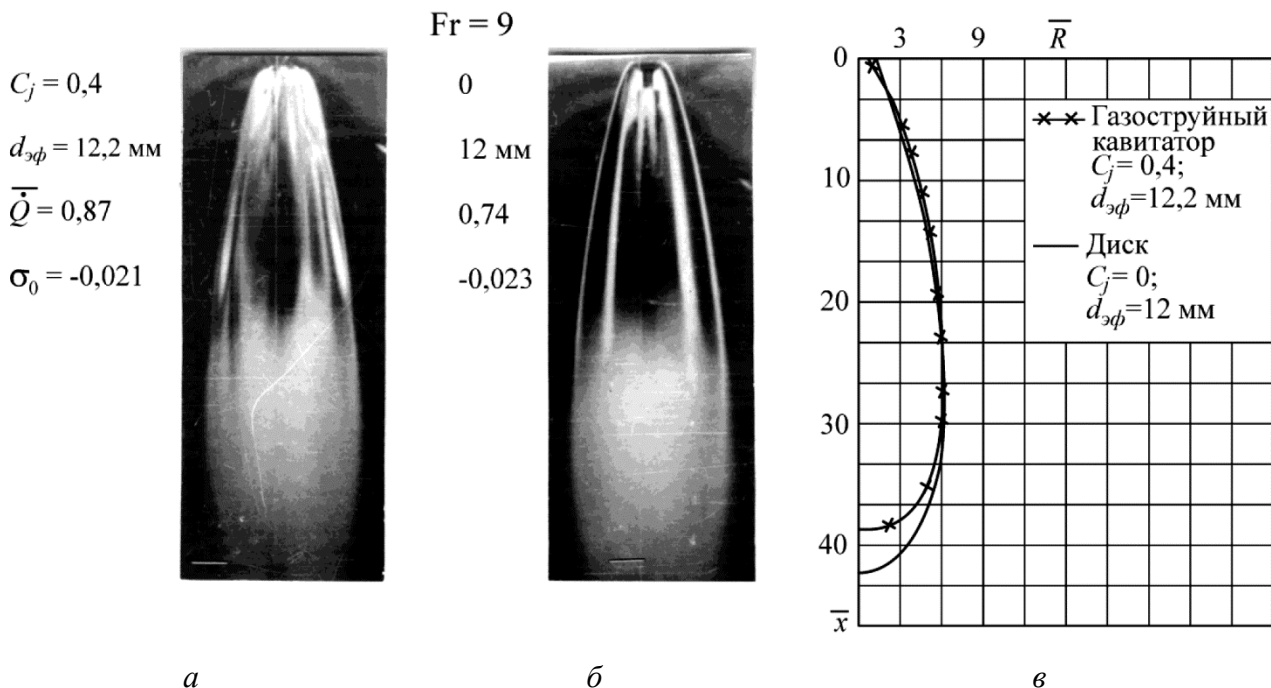


Рис. 4. Фотографии контура каверны за газоструйным насадком и диском диаметром 12 мм: *a* – газоструйный насадок; *б* – дисковый насадок; *в* – контур каверны (эксперимент и расчет)

Экспериментальные данные для зависимости коэффициента сопротивления диска от числа кавитации для вертикальных каверн довольно хорошо описываются известной формулой для горизонтальных каверн  $C_x = C_{x_0}(1 + \sigma)$ , где  $C_{x_0}$  принимался для диска равным 0,82 (рис. 3). Влияние числа  $Fr$  на эту зависимость практически отсутствует. Указанная зависимость  $C_x = C_x(\sigma_0)$  справедлива также и для отрицательных чисел кавитации.

Увеличение числа  $Fr$  приводит к заметному росту величины безразмерного расхода воздуха на поддув, что противоположно характеру этой зависимости, наблюдаемому при движении тел с кавитацией в горизонтальной плоскости (рис. 3). Это различие можно объяс-

нить, если заметить, что при достаточно малых числах Фруда искусственное кавитационное течение в нисходящем потоке жидкости приближается к явлению всплывания в ней воздушного пузыря.

На рис. 4 представлены фотографии и дано сравнение контуров каверн за газоструйным насадком и диском диаметром 12 мм приблизительно при одинаковых значениях числа кавитации. Режим обтекания газоструйного кавитатора характеризуется таким коэффициентом интенсивности газовых струй, который соответствует эффективному диаметру кавитатора, приблизительно равному диаметру диска  $d_{эф} \approx 12,2$  мм.

Форма и размеры каверн за газоструйным кавитатором и диском в рассматриваемом случае близки между собой (рис. 4).

#### 4. Приближенный расчет формы вертикальных каверн

Рассмотрим влияние весомости жидкости на форму и основные размеры осесимметричной каверны в случае, когда кавитатор с образованной за ним вертикальной каверной обтекается нисходящим потоком весоной жидкости.

Далее приведен расчет формы осесимметричных каверн с помощью теории тонкого тела [4, 5]. Для очень длинных каверн получены конечные соотношения, удобные для инженерных расчетов.

Пусть на кавитирующее тонкое тело вращения под нулевым углом атаки набегающий нисходящий поток идеальной несжимаемой весоной жидкости (рис. 5). Введем цилиндрическую систему координат, начало которой располагается в центре поперечного сечения тела кавитатора, с которого сходит каверна. Ось  $x$  направлена вдоль оси каверны по потоку. Вдоль оси  $x$  возрастает гидростатическое давление. Пусть каверна замыкается на некотором тонком теле (замыкатель в схеме Рябушинского). Эквивалентное тело вращения, контур которого составлен из контура кавитатора  $R_H(x)$ , каверны  $R(x)$  и замыкателя  $R_3(x)$ , будем считать тонким.

Обозначим через  $\varepsilon = \frac{R_K}{L}$  малый параметр, характеризующий тонкость эквивалентного тела вращения. В дальнейшем все линейные размеры отнесем к длине  $L$  эквивалентного тела вращения, давление – к скоростному напору  $q = \frac{\rho V^2}{2}$ , потенциал скорости – к  $VL$ , скорость – к скорости набегающего потока  $V$ , сохранив для безразмерных величин обозначения соответствующих им размерных.

Известно, что внутреннее разложение для безразмерного потенциала осесимметричного обтекания тонкого тела имеет вид [5]:

$$\varphi(x, r^*, \varepsilon) = x + \varepsilon^2 \ln \varepsilon A(x) + \varepsilon^2 [A(x) \ln r + B(x)] + O(\varepsilon^4 \ln^2 \varepsilon),$$

$$\text{где } r^* = \frac{r}{\varepsilon}; \quad A(x) = \frac{R(x)R'(x)}{\varepsilon}; \quad B(x) = A(x) \ln 2 - \frac{1}{2} \int_{-l_u}^{1-l_u} A'(\xi) \text{sign}(x - \xi) \ln|x - \xi| d\xi.$$

$$\text{Кавитационное обтекание тела характеризуется числом кавитации } \sigma_0 = \frac{2(P_\infty - P_k)}{\rho V^2}$$

$$\text{и числом Фруда } Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}.$$

Условие постоянства давления на границе каверны (динамическое граничное условие) имеет вид [1]:

$$V^2 = 1 + \sigma_0 + \frac{2x}{Fr^2}, \quad (1)$$

где  $V$  – скорость на границе каверны.

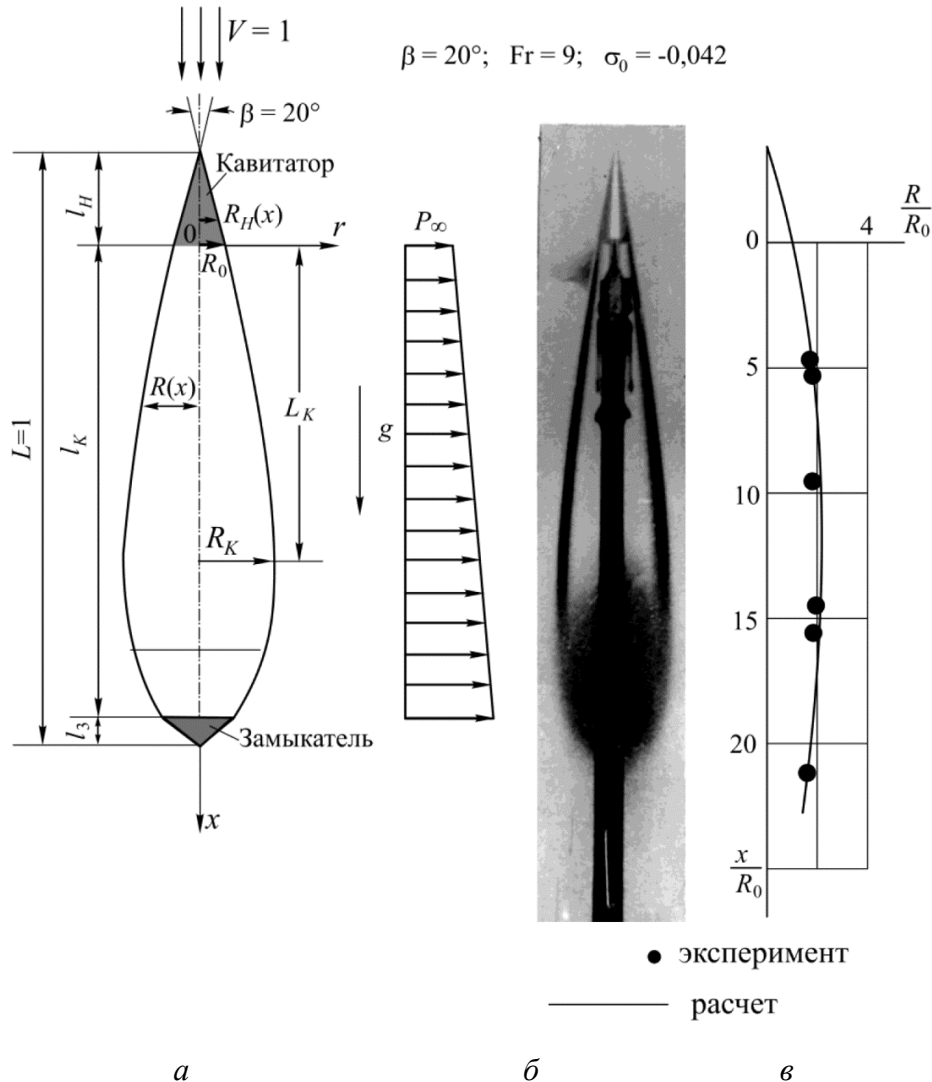


Рис. 5. Схема расчета контура каверны (а) подтверждается экспериментом (б) и сравнением расчетного и экспериментального контура каверны (в)

В работах [1, 4, 5] получено соотношение для радиуса миделевого сечения каверны:

$$R_K = \sqrt{\frac{\sigma_0 L_K^2}{2 \ln \varepsilon} + \frac{L_K^3}{3 Fr^2 \ln \varepsilon} + 2R_0 R_0' L_K + R_0^2}. \quad (2)$$

Условие  $R' = 0$  приводит к соотношению для полудлины каверны:

$$L_K = -\frac{\sigma_0 Fr^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_0 Fr^2}{2}\right)^2 - 2R_0 R_0' Fr^2 \ln \varepsilon}. \quad (3)$$

В случае невесомой жидкости (при  $Fr \rightarrow \infty$ ) каверна представляет собой эллипсоид вращения

$$R^2 = \frac{\sigma_0 x^2}{2 \ln \varepsilon} + 2R_0 R'_0 x + R_0^2 \quad (4)$$

и ее полудлина приблизительно обратно пропорциональна числу кавитации:

$$L_K = -\frac{2R_0 R'_0 \ln \varepsilon}{\sigma_0}, \quad (5)$$

что качественно согласуется с известными экспериментальными данными и полуэмпирическими соотношениями [1, 3].

Отметим ряд полезных соотношений, которые получаются из уравнений (2)–(5) в некоторых частных случаях. Например, при нулевом числе кавитации  $\sigma_0 = 0$  полудлина каверны приблизительно пропорциональна числу Фруда:  $L_K = Fr \sqrt{-2R_0 R'_0 \ln \varepsilon}$  и  $L_K \rightarrow \infty$  при  $Fr \rightarrow \infty$ , что совпадает с известными соотношениями [1, 2].

При образовании каверны за донным срезом цилиндра ( $R'_0 = 0$ ) полудлина каверны выражается формулой  $L_K = -\sigma_0 Fr^2$ , т. е. миделевое сечение каверны существует только при отрицательных числах кавитации. При любом отрицательном числе кавитации в этом случае существует и точка перегиба. При нулевом или положительном числе кавитации миделевое сечение каверны совпадает с плоскостью схода каверны с тела [5, 6].

Из рис. 5 следует, что фотография кавитационного обтекания конуса с углом раствора  $\beta = 20^\circ$  вертикальным потоком жидкости и дано сравнение экспериментального и расчетного контуров каверны.

Как видно из рис. 5, между расчетом и экспериментом наблюдается удовлетворительное согласование [19, 20].

Гидродинамическую силу  $W$ , которая действует на тело в потоке, можно представить суммой интегралов от нормальных сил давления  $P$  и от касательных сил трения  $\tau$  в проекции на ось  $x$ :

$$W = -\int_S P \cos \hat{n}x \cdot dS + \int_{S'} \tau \sin \hat{n}x \cdot dS', \quad (6)$$

где первый интеграл берется по всей поверхности тела  $S$ , состоящей из поверхности диска, носовой, цилиндрической и донной частей корпуса, а второй – по смоченной части корпуса  $S'$ .

После промежуточных преобразований с учетом формул для сопротивления диска и донного числа кавитации получаем следующее выражение для силы  $W$ :

$$W = C_{x_0} (1 + \sigma_0) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d_H^2}{4} - \left( \sigma_0 - \sigma_\delta + \frac{2gL}{V^2} \right) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi D^2}{4} + \int_{S'} \tau \sin \hat{n}x \cdot dS'. \quad (7)$$

Расчет касательных сил трения, действующих на замкнутую водой часть корпуса, представляет значительные сложности из-за недостаточной изученности нестационарных газожидкостных течений в хвостовой части каверны. Поэтому при оценке этих сил мы не будем учитывать влияние на величину коэффициента вязкости наличия в этом потоке пузырьков газа, унесенного из каверны, а также трение от возможных течений в хвостовой части каверны. Предположим далее, что сила, обусловленная вязкостью жидкости, равна силе трения эквивалентной пластины. Поэтому можно записать



$$\int_S \tau \sin \hat{nx} dS \cong C_f (\text{Re}) \pi D (L - L_K) \frac{\rho V^2}{2}, \quad (8)$$

где  $C_f$  – коэффициент трения плоской пластины при числе Рейнольдса  $\text{Re} = \frac{V(L - L_K)}{\nu}$ , соответствующем длине замкнутого участка тела.

Из соотношения (7) с учетом формул (8) и (9) получим выражение для суммарной вертикальной гидродинамической силы  $W$ :

$$W = X - A = C_{x_0} (1 + \sigma_0) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d_H^2}{4} - \left( \sigma_0 - \sigma_\delta + \frac{2gL}{V^2} \right) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi D^2}{4} + C_f (\text{Re}) \pi D (L - L_K) \frac{\rho V^2}{2} \quad (9)$$

Из формулы (9) получаем следующее выражение для коэффициента сопротивления:

$$C_x = C_{x_0} (1 + \sigma_0) \bar{d}_H^2 - \sigma_0 + \sigma_\delta - \frac{2gL}{V^2} + 4C_f (\text{Re}) \frac{L - L_K}{D} + \frac{8A}{\pi \rho V^2 D^2}.$$

Если ввести коэффициент полноты объема изделия

$$K_A = \frac{4Q_M}{\pi D^2 L},$$

где  $Q_M$  – объем изделия, то силу Архимеда  $A$  можно выразить формулой

$$A = K_A \rho g \frac{\pi D^2}{4} L. \quad (10)$$

Учитывая выражение (10), найдем окончательно соотношение для коэффициента сопротивления изделия с носовым диском при ее осесимметричном кавитационном обтекании вертикальным потоком жидкости:

$$C_x = C_{x_0} \bar{d}_H^2 - (1 - C_{x_0} \bar{d}_H^2) \sigma_0 + \sigma_\delta - (1 - K_A) \frac{2}{\text{Fr}_L^2} + 4\lambda C_f (\text{Re}) \left( 1 - \frac{L_K}{L} \right), \quad (11)$$

где  $\text{Fr}_L = \frac{V}{\sqrt{gL}}$ ;  $\lambda = \frac{L}{D}$  – удлинение изделия.

## 5. Результаты и обсуждение

Экспериментальные и теоретические исследования выявили три режима многофазного обтекания изделия: частичное, переходное и полное кавитационное обтекание. Рассмотрим особенности сопротивления изделия на каждом из трех рассмотренных режимов обтекания изделия.

*Режим I* (частичная кавитация).

В этом случае должна реализоваться оценка коэффициента сопротивления, данная формулой (11). Как правило, величина  $C_{x_0} \bar{d}_H^2 < 1$ . Поэтому второй член в формуле (11) является отрицательным, что означает наличие подсосывающей силы, возникающей на носовой части изделия в результате разрежения за кавитатором.

*Режим II* (переходный режим).

На этом режиме обтекания изделия ее корма оказывается в запененной части каверны, донный срез взаимодействует с возвратными течениями. Процессы, происходящие в хвостовой части каверны, в настоящее время изучены недостаточно. Оценку сопротивления изделия произвести с погрешностью менее 10 % не удастся.

*Режим III* (изделие находится внутри каверны).

В этом случае, очевидно, исчезает сопротивление трения, а донное давление равно давлению в каверне:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_0 + \frac{2}{Fr_L^2},$$

с учетом чего выражение для коэффициента сопротивления принимает вид:

$$C_x = C_{x_0} (1 + \sigma_0) \bar{d}_H^2 + \frac{2K_A}{Fr_L^2}.$$

Сила  $W$  на этом режиме равна силе кавитационного сопротивления диска:

$$W = C_{x_0} (1 + \sigma) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d_H^2}{4}.$$

На рис. 6 представлены результаты расчетов коэффициента сопротивления  $C_x$  с использованием экспериментальных данных по  $\sigma_{\partial}$ . Между расчетом и экспериментом наблюдается удовлетворительное согласование (рис. 6).

Установление факта потери силы Архимеда является важным с точки зрения определения оптимальных режимов кавитационного обтекания изделия. Потеря силы Архимеда может привести к дополнительным расходам топлива и, следовательно, уменьшению дальности. Поэтому осуществление режима обтекания с частичной кавитацией является предпочтительным, так как, с одной стороны, позволяет сохранить силу Архимеда, а с другой – при определенных условиях обеспечить статическую устойчивость изделия [5, 21, 22].

Исследования донных каверн и их влияния на сопротивление изделия проводились для схематизированной модели изделия с цилиндрическим корпусом и конической носовой частью. Длина модели составляла  $L = 140$  мм; диаметр цилиндрической части  $D = 20$  мм; угол раствора носового конуса  $\alpha = 40^\circ$ ; удлинение модели  $\lambda = 7$ . Воздух в донную каверну подводился по трубе, открытый конец которой находился вблизи донного среза модели.

На рис. 7 представлены фотографии осесимметричного кавитационного обтекания модели и дана зависимость коэффициента сопротивления модели от донного числа кавитации.

Уменьшение числа кавитации при  $Fr = \text{const}$  приводит к увеличению размеров донной каверны и изменению ее формы (рис. 7). Форма каверны от цилиндрической, нерасширяющейся переходит при  $\sigma_{\partial} < 0$  к расширяющейся каплевидной. Наблюдается изменение знака кривизны поверхности расширяющейся донной каверны, что соответствует наличию у нее точки перегиба. Зависимость  $C_x = C_x(\sigma_{\partial})$  имеет приблизительно линейный характер во всем исследованном диапазоне чисел кавитации, в том числе и для отрицательных значений  $\sigma_{\partial}$ . Уменьшение числа кавитации приводит к существенному снижению сопротивления модели с донной каверной. Следует отметить, что эффекты снижения сопротивления тел вращения с донными кавернами в весовой жидкости были обнаружены Ю. Л. Якимовым. Сравнение зависимостей  $C_x = C_x(\sigma_{\partial})$  для  $Fr = 4,5$  и  $Fr = 9$  показывает, что при большем числе Фруда коэффициент сопротивления модели меньше.

Этот факт объясняется в основном уменьшением сопротивления трения с ростом числа Фруда, так как большим значениям числа  $Fr$  в опытах соответствовали и большие значения числа  $Re$ .

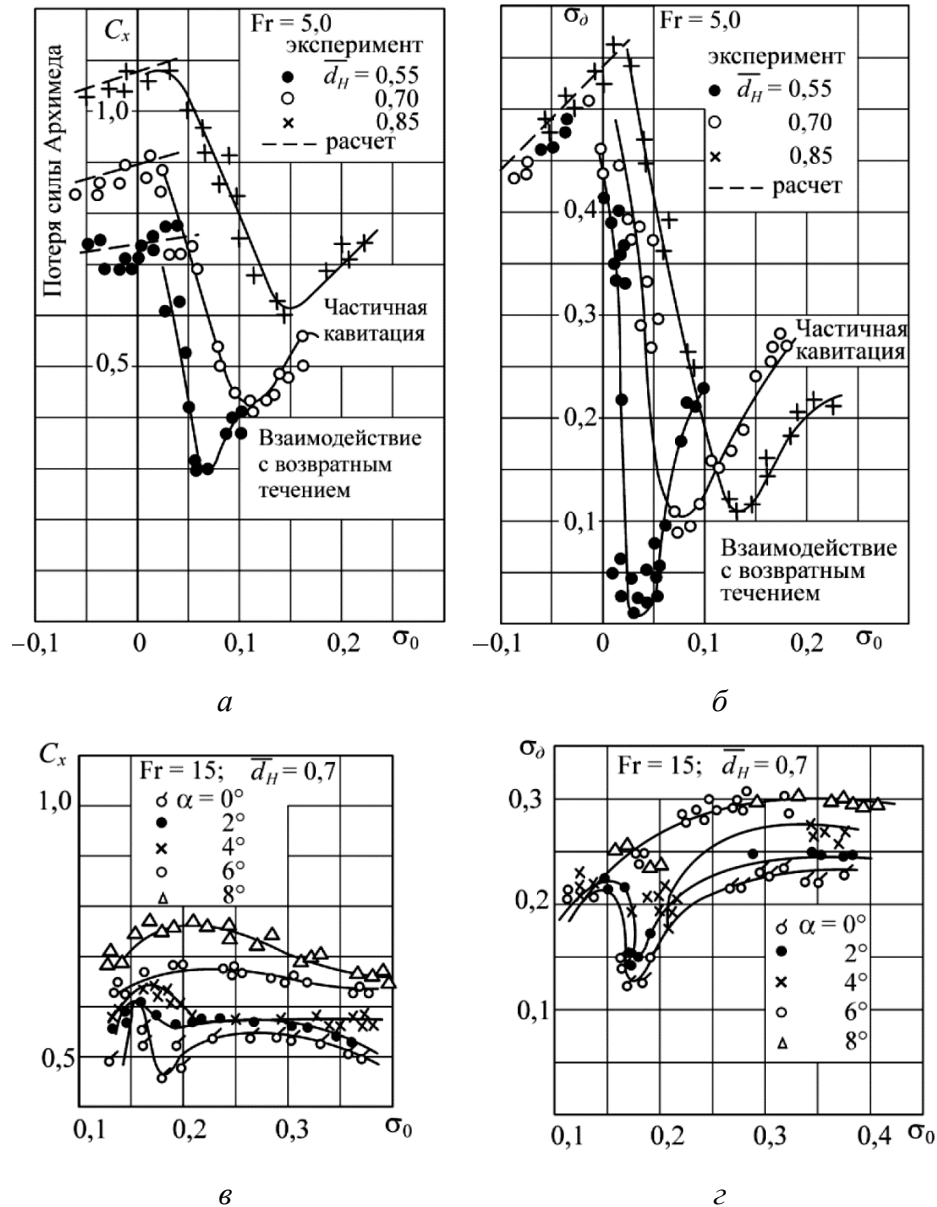


Рис. 6. Экспериментальные зависимости коэффициента сопротивления модели  $C_x$  и донного числа кавитации  $\sigma_\delta$  от числа кавитации  $\sigma_0$  носовой каверны: *a* – зависимость сопротивления от  $\sigma$  ( $Fr = 5$ ); *б* – зависимость донной кавитации от  $\sigma$  ( $Fr = 5$ ); *в* – зависимость сопротивления от  $\sigma$  ( $Fr = 15$ ); *г* – зависимость донной кавитации от  $\sigma$  ( $Fr = 15$ )

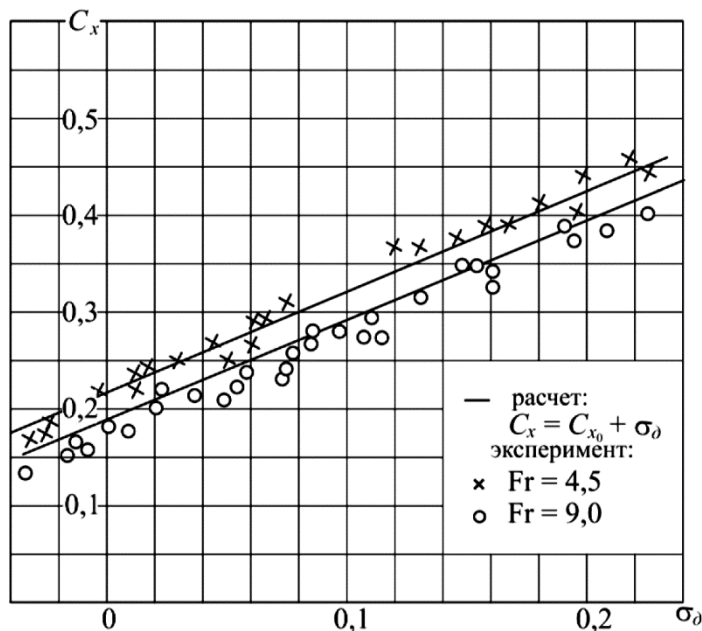
Оценка сопротивления модели изделия с донной каверной может быть произведена по формуле:

$$C_x = C_{x_0} + \sigma_\delta, \tag{12}$$

где  $C_{x_0} = C_{x_1} + C_{x_{mp}}$ .

Член  $C_{x_{mp}}$ , учитывающий вязкостное сопротивление, можно оценить с помощью сопротивления эквивалентной пластинки:

$$C_{x_{mp}} \cong 4\lambda C_f (\text{Re}) .$$



*a*



*b*

Рис. 7. Зависимость коэффициента сопротивления модели от донного числа кавитации (*a*) и фотографии осесимметричного кавитационного обтекания модели (*b*)

Величина  $C_{x_1}$  определяется профильным сопротивлением носовой части модели с углом раствора конуса  $40^\circ$ , которое в предположении его независимости от характера течения в донной части удлиненного цилиндрического корпуса имеет величину  $C_{x_1} \sim 0,05$ . Таким образом, для расчета использовали следующую формулу:

$$C_x = 0,05 + 28C_f(\text{Re}) + \sigma_\delta.$$

Коэффициент  $C_f$  принимал значение  $C_f = 6 \cdot 10^{-3}$  при  $\text{Fr} = 4,5$  и  $C_f = 5 \cdot 10^{-3}$  при  $\text{Fr} = 9$ . Результаты расчетов по формуле (17) обозначены на рис. 7. Наблюдается удовлетворительное согласование между расчетами и экспериментальными данными.

## 6. Заключение

Проведен анализ экспериментальных исследований многофазного обтекания изделия под водой при вертикальном движении. Разработана методика определения контура каверн и определения гидродинамических нагрузок и характеристик на изделие. Валидация и верификация проведены путем сравнения результатов расчетов с опытными данными. Полученные расчетные профили каверны удовлетворительно согласуются с экспериментальными. Создан программный комплекс, позволяющий проводить имитационное моделирование движения изделия под водой при многофазном обтекании. Получены экспериментальные и расчетные зависимости коэффициентов сопротивления от числа кавитации для вертикальных каверн. Влияние числа Фруда на эту зависимость практически отсутствует. Показана возможность использования имитационного численного моделирования для определения гидродинамических характеристик изделий при многофазном обтекании.

## Благодарность

*Работа выполнена при поддержке Южно-Уральского федерального научного центра минералогии и геоэкологии УрО РАН и АО «Государственный ракетный центр имени академика В.П. Макеева» в рамках государственного задания ЮУ ФНЦ МиГ УрО РАН по теме № АААА-А21-121012090155-5.*

## Литература

1. Логвинович Г. В., Буйвол В. Н. Течения со свободными поверхностями. – Киев : Наукова думка, 1985. – 178 с.
2. Капанкин Е. Н., Гульнев С. И. Кавитационное обтекание тел вертикальным потоком жидкости // XXII Всесоюзная науч.-техн. конференция по теории корабля (Крыловские чтения 1973 г.), Ленинград, 1973 г. : краткие тезисы докладов. – Ленинград : Судостроение, 1973. – С. 14–26.
3. Полетаев Б. И. Математическая модель динамики движения ракеты на подводном участке кавитационного способа старта ракет // Проблемы машиноведения и машиностроения : межвуз. сб. – СПб : СЗГЗТУ, 2001. – Вып. 24. – С. 24–37.
4. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Результаты экспериментальной отработки кавитационного способа старта ракет // РКТ. – 1999. – Вып. 1 (43), ч. 2. – С. 20–35.
5. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика подводного старта ракет. – М. : Машиностроение, 2009. – 448 с.
6. Пегов В. И., Мошкин И. Ю., Чешко А. Д. Расчет нестационарного глиссирования кругового цилиндра по возмущенной поверхности жидкости // Челябинский физико-математический журнал. – 2021. – Том 6, вып. 3. – С. 338–346. – DOI: 10.47475/2500-0101-2021-16308.
7. Норкин М. В., Яковенко А. А. Начальный этап движения эллиптического цилиндра в идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 2012. – Т. 52, № 11. – С. 2060–2070.
8. Норкин М. В. Начальный этап движения эллиптического цилиндра в вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 2012. – Т. 52, № 2. – С. 319–329.
9. Гудов А. М. Численное исследование явлений на поверхности воды при схлопывании газовой полости // Вычисл. технологии. – 1997. – Т. 2, № 4. – С. 49–59.
10. Коробицын В. А. Численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости // Zbornik radova Konferencije MIT, 2011. – Beograd, 2012. – P. 217–221.
11. Korobitsin V. A., Pegov V. I. Numerical analysis of the evolution of an interface between two liquids // Fluid Dynamics. – 1993. – Vol. 28, No. 5. – P. 692–695. – DOI: 10.1007/BF01050054.
12. Коробицын В. А. Численное моделирование осесимметричных потенциальных течений несжимаемой жидкости // Математическое моделирование. – 1991. – Т. 3, № 10. – С. 42–49.
13. Расчетно-экспериментальный метод исследования высокоскоростного взаимодействия тел с преградами : учеб. пособие / А. Н. Ищенко, С. А. Афанасьева, В. В. Буркин, А. С. Дьячковский, Е. Н. Зыков, М. В. Хабибуллин. – Томск : Изд-во НТЛ. – 2013. – 60 с.
14. Кузнецов Г. В., Морозов Т. А., Шальнов С. А. Устойчивость углового движения подводного аппарата при наличии кавитационного обтекания // Научно-технический вестник Поволжья. – 2021. – № 3. – С. 21–24.
15. Хитрых Д. П., Маламанов С. Ю., Павловский В. А. Численное исследование нестационарного кавитационного обтекания крыла NASA009 // Морские интеллектуальные технологии. – 2018. – № 2–1 (40). – С. 139–143.



16. Дмитриев Н. А. Компьютерное моделирование осесимметричного кавитационного обтекания сферических сегментов в трубе // Математические модели и их приложения : сб. – Чебоксары, 2017. – С. 37–45.
17. Абдуракипов С. С., Добросельский К. Г. Экспериментальное исследование оптическим и статистическим методами крупномасштабных пульсаций потока при обтекании цилиндра // Сибирский физический журнал. – 2019. – Т. 14, № 3. – С. 5–14. – DOI: 10.25205/2541-9447-2019-14-3-5-14.
18. Thang N. T., Ngoc D. Numerical Study of the Natural-Cavitating Flow around Underwater Slender Bodies // Fluid dynamics. – 2019. – 54. – P. 835–849. – DOI: 10.1134/S0015462819060120.
19. Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Математическое моделирование процессов теплообмена горячих газовых струй с жидкостью при подводном старте аппарата // Челябинский физико-математический журнал. – 2020. – Т. 5, вып. 4 (1). – С. 451–462. – DOI: 10.47475/2500-0101-2020-15405.
20. Pegov V. I., Moshkin I. Yu. Applying the method of plane sections for evaluating the parameters of flight vehicles under multiphase flow // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2020. – Iss. 4. – P. 48–61. – DOI: 10.17804/2410-9908.2020.4.048-061. – URL: [https://dream-journal.org/DREAM\\_Issue\\_4\\_2020\\_Pegov\\_V.I.\\_et\\_al.\\_048\\_061.pdf](https://dream-journal.org/DREAM_Issue_4_2020_Pegov_V.I._et_al._048_061.pdf)
21. Численное моделирование силовых и тепловых нагрузок на подводную лодку при старте ракеты / Е. С. Никулин, В. И. Пегов, А. Д. Чешко, И. Ю. Мошкин // Вестник Концерна ВКО «Алмаз–Антей». – 2020. – № 4. – С. 47–53.
22. Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Расчет гидродинамики кавитационного способа старта ракет // Челябинский физико-математический журнал. – 2018. – Т. 3, вып. 4. – С. 476–485. – DOI: 10.24411/2500-0101-2018-13408.